

平成 26 年度 入学試験問題（2 月専願）

数 学

＜国際リーダーコース＞

受験上の注意

1. 合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 受験番号と氏名は解答用紙の定められたところに記入しなさい。
3. 解答はすべて解答用紙の定められたところに記入しなさい。
4. 問題は 1 ページから 4 ページまであります。
5. 試験時間は 45 分です。
6. 答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にしなさい。
7. 円周率は π を用いなさい。

開志国際高等学校

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)-3\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+4\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$ を計算しなさい。

(2) $(3\sqrt{12}-\sqrt{21})(\sqrt{3}+4\sqrt{21})$ を計算しなさい。

(3) $(x+2y+1)(x-2y+1)$ を展開しなさい。

(4) $x^3y^2+6x^2y^2-7xy^2$ を因数分解しなさい。

(5) 3で割ると1余り、4で割ると2余る整数のうちで100に最も近いものを求めなさい。

(6) 濃度が4%の食塩水120gに x gの水を入れたところ食塩水の濃度は3%になった。 x を求めなさい。

(7) 誰がおこなっても終わらせるのに同じだけ時間のかかる作業Aがある。また作業Aは12人で分担することも40人で分担することもできて、どちらの場合も、分担作業をする人それぞれが自分の仕事を片付けるのに同じ時間を要し、かつ全員の所要時間を足すとAを1人で終わらせるのにかかる時間に等しくなるという。Aを12人で分担すると終わらせるのにちょうど5時間かかるとき、Aを40人で分担すると終わらせるのにかかる時間は何時間何分か。

(8) 連立方程式 $2x + 3y = 1$, $3x + 2y = 4$ の解を求めなさい。

(9) 3つのサイコロを同時に振ったとき1の目が1つだけ出る確率 p を求めなさい。また1の目が出る確率 q を求めなさい。

(10) xy 平面で $y = x^2$ と $y = 2x + 5$ のグラフの交点の x 座標を求めなさい。また原点を O , 2つのグラフの交点を A , B として, 三角形 OAB の面積 S を求めなさい。

2 次の各問いに答えなさい。

(1) 直方体 $ABCD - EFGH$ において $AB = a$, $AD = b$, $AE = c$ とする。このとき対角線 AG の長さを a , b , c で表しなさい。

(2) 扇形 OAB は半径が $OA = 6$ cm で, 弧の長さが $\widehat{AB} = 4\pi$ cm である。この扇形を, 線分 OA と線分 OB が重なるように丸めて, 直円すい状の容器をつくる時, この容器の容積を求めなさい。

3 次の各問いに答えなさい。

- (1) 円に内接する四角形 ABCD があって $AB=3$, $BC=4$, $CD=2$, $DA=3$ である。また対角線 AC, BD の交点を E とすると $AE=2$ である。このとき線分 DE と線分 CE の長さをそれぞれ求めなさい。
- (2) 鋭角三角形 OAB において、辺 AB 上に 2 点 C, D を $AC < AD$, $\angle AOC = \angle BOD$ とする。また点 C を辺 OA に関して線対称移動した点を C' とし、点 D を辺 OB に関して線対称移動した点を D' とする。このとき $\triangle OC'D \equiv \triangle OCD'$ であることを証明しなさい。

4 次の各問いに答えなさい。

x 軸上を動く 2 つの動点 P, Q がある。点 P は時刻 $t=0$ のとき原点 O にあって $0 \leq t \leq 3$ (秒) においては毎秒 -1 の速度で、また 3 (秒) $< t \leq 10$ (秒) においては毎秒 4 の速度で、それぞれ等速運動する。例えば $t=1$ (秒) のときの点 P の x 座標は -1 である。

一方、点 Q は時刻 $t=0$ のときの x 座標が 4 であり、 $0 \leq t \leq 5$ (秒) においては毎秒 1 の速度で、また 5 (秒) $< t \leq 10$ (秒) においては毎秒 5 の速度で、それぞれ等速運動する。

注) x 座標が大きくなるときの速度が正で、小さくなるときの速度が負である。

- (1) $t=3$ (秒) のときの点 P の x 座標 a と、 $t=5$ (秒) のときの点 P の x 座標 b をそれぞれ求めなさい。
- (2) 時刻 t における 2 点 P, Q の x 座標を順に c , d とする。時刻 t (秒) (ただし $0 \leq t \leq 10$) における $d-c(=y)$ を表すグラフを ty 平面に図示しなさい。

5 次の各問いに答えなさい。

箱の中に ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ の 6 枚のカードが入っている。箱の中からカードを一枚ずつ引いて、引いた順にカードを左から並べる操作を、以下の規則に従って行う。

(規則 1) 箱の中のカードがなくなるまでカードを続けて引き、カードがなくなったら終了する。

(規則 2) 引いたカードは元に戻さない。

(規則 3) 引いたカードに書かれた数字と 2 だけ異なる数字が書かれたカードは、次の一枚を引く前に箱の中から取り除く。

この操作を繰り返したときに起こりうるカードの並びについて

(1) 一番左に ③ のカードが並ぶものすべてを答えなさい。(例えば a , b は数字として $3-a-b$ などの形で書きなさい。)

(2) 一番左に ① のカードが並ぶものは全部で何通りあるか。

(3) カードの並び方は全部で何通りあるか、総数を答えなさい。